

16. 【解】(1) 由题意可得,

$$P_0 = \frac{a^0}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^0}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^0}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

(2) 由题意可得,

$$P_1 = \frac{a^1}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^1}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^1}{(c-a)(c-b)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} - \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{a(b-c) - b(a-c) + c(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{ab-ac-ab+bc+ac-bc}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{0}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= 0. \end{aligned}$$

第二章 方程(组)与不等式(组)

A 2025 真题诊断练

刷诊断

1. A 【解析】 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$, 方程两边同时乘 $x(x+1)$, 得 $x+1=2x$.

故选 A.

2. A 【解析】 \because 初始时, 两杯水的质量分别为 a 克和 b 克, \therefore 加入 c 克水后, 两杯水的质量分别变为 $(a+c)$ 克和 $(b+c)$ 克. $\because a > b, \therefore a+c > b+c$, 故选 A.3. A 【解析】矩形的宽为 x m, 则长为 $(24-2x)$ m. 依题意, 得 $x(24-2x) = 40$. 故选 A.4. D 【解析】A 选项, $\Delta = -4 < 0$, 故方程没有实数根; B 选项, $\Delta = 0$, 故方程有两个相等的实数根; C 选项, $\Delta = -3 < 0$, 故方程没有实数根; D 选项, $\Delta = 5 > 0$, 故方程有两个不相等的实数根. 故选 D.

刷有所得

一元二次方程根的判别式

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的根与判别式 $\Delta = b^2-4ac$ 有如下关系: ① $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根; ② $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根; ③ $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

5. B 【解析】设租用 45 座客车 x 辆, 60 座客车 y 辆. 由题意得 $45x+60y=900$, 整理得 $x=20-\frac{4}{3}y$. $\because x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=16, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=12, \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8, \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4, \\ y=12, \end{cases} \therefore \text{租车方案有 4 种,}$$

故选 B.

6. 1.2 【解析】设两人采摘了 x 小时. 由题意得 $6x-4x=2.4$, 解得 $x=1.2$, \therefore 两人采摘了 1.2 小时. 故答案为 1.2.7. -3 【解析】 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-m=0$ 的两个实数根, $\therefore x_1+x_2=-2$. $\because x_1=1, \therefore x_2=-3$, 故答案为 -3.

刷有所得

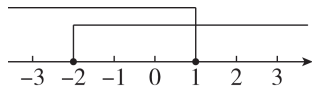
一元二次方程根与系数的关系

如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两个实数根

$$\text{是 } x_1, x_2, \text{ 那么 } x_1+x_2 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

注意它的使用条件为 $a \neq 0, b^2-4ac \geq 0$.8. -1 【解析】方程两边同时乘 $x-2$, 得 $x+m-1=3x-6, x-3x=-6-m+1, -2x=-5-m, x=\frac{5+m}{2}$. \because 原方程无解, $\therefore x=\frac{5+m}{2}$ 是原方程的增根. 由 $x-2=0$, 得 $x=2, \therefore \frac{5+m}{2}=2, \therefore m=-1$, 故答案为 -1.9. 【解】(1) 解不等式①, 得 $x \leq 1$. 故答案为 $x \leq 1$.(2) 解不等式②, 得 $x \geq -2$. 故答案为 $x \geq -2$.

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:

(4) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$. 故答案为 $-2 \leq x \leq 1$.10. 【解】设该游客购买甲种商品 x 盒, 乙种商品 y 盒.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} x+y=10, \\ 25x+20y=230, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=6, \\ y=4. \end{cases}$$

答: 该游客购买甲种商品 6 盒, 乙种商品 4 盒.

11. 【解】设机器人 A 每小时搬运 x 千克化工原料, 则机器人 B 每小时搬运 $(x+20)$ 千克化工原料.

$$\text{根据题意得 } \frac{800}{x} = \frac{1\ 000}{x+20},$$

解得 $x=80$.经检验, $x=80$ 是所列方程的解, 且符合题意,

$$\therefore x+20=80+20=100.$$

答: 机器人 A 每小时搬运 80 千克化工原料, 机器人 B 每小

时搬运 100 千克化工原料.

12. (1) 【解】把 $x_1 = -1$ 代入方程 $(x-1)(x-2) = m^2$, 得 $m^2 = 6$,
 $\therefore m = \pm\sqrt{6}$, $\therefore (x-1)(x-2) = 6$, 即 $x^2 - 3x - 4 = 0$,
 $\therefore (x-4)(x+1) = 0$, $\therefore x_1 = -1, x_2 = 4$.
 综上, $x_2 = 4, m = \pm\sqrt{6}$.
 (2) 【证明】方程 $(x-1)(x-2) = m^2$ 可化为 $x^2 - 3x + 2 - m^2 = 0$.
 $\therefore \Delta = 9 - 4(2 - m^2) = 4m^2 + 1 > 0$, \therefore 方程有两个不相等的实数根.
 \therefore 方程 $(x-1)(x-2) = m^2$ 即 $x^2 - 3x + 2 - m^2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , $\therefore x_1 + x_2 = 3, x_1 \cdot x_2 = 2 - m^2$.
 $\therefore (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 2 - m^2 - 3 + 1 = -m^2$.
 $\therefore m^2 \geq 0, \therefore -m^2 \leq 0$, 即 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) \leq 0$.

13. 【解】(1) 由题意得, $\frac{800}{a} - \frac{600}{a} = 25$,

解得 $a = 8$.

经检验, $a = 8$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore a$ 的值为 8.

☆ 刷有所得

分式方程的检验方法

①将解代入最简公分母, 若分母不为 0, 则此解是原方程的根; ②若分母为 0, 则此解是增根, 舍去.

(2) 1 小时 = 3 600 秒.

设需要 x 个这样的机器人.

由题意得 $\frac{3\ 600}{8} \times 4x \geq 10\ 000$, 解得 $x \geq \frac{50}{9}$.

$\therefore x$ 为正整数, $\therefore x$ 的最小值为 6.

答: 至少需要 6 个这样的机器人同时工作 1 小时, 才能使采摘的苹果个数不少于 10 000 个.

☆ 刷有所得

利用一元一次不等式解决实际问题时, 先审清题意找到不等关系, 设未知数要明确, 列不等式时要注意将关键词转化为数学符号, 如“至少”“不超过”等; 解不等式时留意系数正负对不等号方向的影响, 最后检验解是否符合实际意义, 比如人数不能为小数, 长度不能为负数等, 确保答案合理.

B 考点突破练

考点 5 一次方程(组)

刷基础

1. A 【解析】根据题意, 得 $x - 3 = 5$, 解得 $x = 8$, 故选 A.
 2. -2 【解析】由二元一次方程的概念可得 $k - 2 \neq 0$, 且 $|k| - 1 = 1$, $\therefore k = -2$.

3. 【解】(1) 去分母, 得 $2(2x-1) = 3(x+1)$,

去括号, 得 $4x - 2 = 3x + 3$,

移项, 得 $4x - 3x = 3 + 2$,

合并同类项, 得 $x = 5$.

$$(2) \begin{cases} 2x+y=7, & \text{①} \\ 2x-3y=3. & \text{②} \end{cases} \quad \text{①}-\text{②}, \text{得 } 4y=4, \text{解得 } y=1.$$

将 $y = 1$ 代入①得 $x = 3$.

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$$

☆ 方法技巧

二元一次方程组解法的选择

当二元一次方程组的两个方程中, 同一未知数的系数互为相反数或相等时, 用加减消元法解方程组更简便.

4. A 【解析】依题意得 $240x = 150(x+12)$. 故选 A.

5. C 【解析】设这批“国潮”年货礼盒每盒的标价应为 x 元. 由题意得 $0.8x - 200 = 200 \times 20\%$, 解得 $x = 300$, \therefore 这批“国潮”年货礼盒每盒的标价应为 300 元, 故选 C.

$$6. \begin{cases} x+y=24, \\ \frac{2x}{4}=\frac{3y}{2} \end{cases} \quad \text{【解析】依据题意可列方程组为} \begin{cases} x+y=24, \\ \frac{2x}{4}=\frac{3y}{2}, \end{cases} \text{ 故答案为} \begin{cases} x+y=24, \\ \frac{2x}{4}=\frac{3y}{2}. \end{cases}$$

刷易错

7. 2009 【解析】设这位参与者的出生年份为 x , 选取的数字为 m , 则 $(10m+4.6) \times 10 + 1\ 978 - x = 915$, $\therefore 100m + 46 + 1\ 978 - x = 915$, $\therefore x = 1\ 109 + 100m$. \therefore 现场参与者均为在校中学生, \therefore 这位参与者的出生时间应该在 2000 年后, $\therefore m = 9$, $\therefore x = 2009$. 故答案为 2009.

☆ 易错警示

阅读理解题目容易出错的地方: (1) 不能根据题意正确列出方程; (2) 列出方程后不能正确地进行取值. 本题中 m 的取值应为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中的一个.

刷提升

1. C 【解析】 $\therefore (3x+2y-19)^2 + |2x+y-11| = 0$,
 $\therefore \begin{cases} 3x+2y-19=0, & \text{①} \\ 2x+y-11=0, & \text{②} \end{cases} \quad \text{②} \times 2, \text{得 } 4x+2y-22=0, \text{③} \quad \text{①}-\text{③}, \text{得}$
 $-x+3=0$, 解得 $x=3$, 把 $x=3$ 代入②, 得 $2 \times 3 + y - 11 = 0$, 解得 $y=5$, $\therefore x+y=3+5=8$. $\therefore \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$, $\therefore x+y$ 的平方根是 $\pm 2\sqrt{2}$. 故选 C.

2.99 【解析】 \because 甲纸条的 $\frac{1}{3}$ 与乙纸条的 $\frac{2}{5}$ 叠合在一起,
 $\therefore \frac{1}{3}a = \frac{2}{5}b$, 则设 $a = 3k, b = \frac{5}{2}k$. \because 重叠后的总长度为 81,
 $\therefore a + b - \frac{2}{5}b = 81, \therefore a + \frac{3}{5}b = 81, \therefore 3k + \frac{3}{5} \times \frac{5}{2}k = 81, \therefore k = 18,$
 $\therefore a = 3 \times 18 = 54, b = \frac{5}{2} \times 18 = 45, \therefore a + b = 99$, 故答案为 99.

3. 【解】这次技术改进后该汽车的 A 类物质排放量符合“标准”.

理由: 设技术改进后该汽车的 A 类物质排放量为 x mg/km, 则 B 类物质排放量为 $(40-x)$ mg/km,

由题意得 $\frac{x}{1-50\%} + \frac{40-x}{1-75\%} = 92$, 解得 $x = 34$.

$\because 34 < 35$, \therefore 这次技术改进后该汽车的 A 类物质排放量符合“标准”.

4. 【解】小明可以获得校园文创奖品.

理由: 设在体验项目时, 小明在“智趣挑战”项目中得到了 x 分, 在“巧手闯关”项目中得到了 y 分.

依题意得 $\begin{cases} x+y=90, \\ (1+20\%)x + (1+10\%)y = 104, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=50, \\ y=40, \end{cases}$

\therefore 在体验项目时, 小明分别在“智趣挑战”和“巧手闯关”这两个项目中得到了 50 分和 40 分, \therefore 在正式计时时, 小明在“智趣挑战”项目中得到了 $50 \times (1+20\%) = 60$ (分). $\because 104 > 100, 60 > 55$, \therefore 小明可以获得校园文创奖品.

刷素养

5. B 【解析】设购买笔记本 x 本, 碳素笔 y 支. 根据题意得 $3x +$

$2y = 28, \therefore y = 14 - \frac{3}{2}x$. 又 $\because x, y$ 均为正整数, $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=11 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} x=4, \\ y=8 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x=6, \\ y=5 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x=8, \\ y=2 \end{cases}$, \therefore 共有 4 种购买方案. 故选 B.

考点 6 分式方程

刷基础

1. A 【解析】方程两边同乘 $2(1-3x)$, 得 $2(1-3x) + 2 = -5$, 即 $2-6x+2=-5$, 故选 A.

2. $x=2$ 【解析】方程两边乘最简公分母 $x(x-6)$ 得, $2x+x-6=0$, 解得 $x=2$, 经检验, $x=2$ 是原方程的解, 故答案为 $x=2$.

3. 【解】方程两边同乘 $(x+2)(x-2)$,
 得 $3(x-2) + (x+2)(x-2) = x(x+2)$,
 解得 $x=10$.

经检验, $x=10$ 是原分式方程的解.

易错警示

解分式方程的注意事项

解分式方程时可能会产生增根, 所以必须要验根.

4. 【解】(1) 去分母, 得 $1-m-2(x-1) = -2$,

当 $m=-2$ 时, $1+2-2(x-1) = -2$, 解得 $x = \frac{7}{2}$.

经检验, $x = \frac{7}{2}$ 是原分式方程的解, $\therefore x = \frac{7}{2}$.

(2) 小明的结论正确. 理由如下:

去分母, 得 $1-m-2(x-1) = -2$,

当 $m=3$ 时, $1-3-2(x-1) = -2$, 解得 $x=1$.

经检验, $x=1$ 是原分式方程的增根, \therefore 原分式方程无解.

5. $\frac{6\,000}{x+50} = \frac{1\,000}{x}$ 【解析】已知纯电动汽车每百公里的耗电费为 x

元, 则燃油汽车每百公里的耗油费为 $(x+50)$ 元. 由题意得

$\frac{6\,000}{x+50} = \frac{1\,000}{x}$, 故答案为 $\frac{6\,000}{x+50} = \frac{1\,000}{x}$.

6. 3 000 【解析】设商场第一批购进这种衬衫 x 件, 则商场第

二批购进这种衬衫 $2x$ 件. 由题意得 $\frac{172\,000}{2x} - \frac{80\,000}{x} = 4$, 解得

$x=1\,500$. 经检验, $x=1\,500$ 是原分式方程的解, 且符合题意, 则 $2x=3\,000$, 所以商场第二批购进这种衬衫 3 000 件, 故答案为 3 000.

7. 【解】设每个直角书架的价格是 x 元, 则每个弧形书架的价格是 $(1+20\%)x$ 元.

由题意得 $\frac{18\,000}{(1+20\%)x} - \frac{9\,000}{x} = 6$, 解得 $x=1\,000$.

经检验, $x=1\,000$ 是所列方程的解, 且符合题意.

$\therefore (1+20\%)x = (1+20\%) \times 1\,000 = 1\,200$.

答: 每个弧形书架和每个直角书架的价格分别为 1 200 元和 1 000 元.

刷易错

8. 2 或 -1 【解析】方程去分母得 $3-(kx-1)=x-2$, 移项、合并同类项得 $(k+1)x=6$. 当 $x=2$ 时, 分式方程的分母为 0, 原分式方程无解, 即 $2(k+1)=6$, 解得 $k=2$; 当 $k+1=0$, 即 $k=-1$ 时, 整式方程 $(k+1)x=6$ 无解, $\therefore k=2$ 或 $k=-1$ 时, 原分式方程无解, 故答案为 2 或 -1.

易错警示

分式方程无解的情况

(1) 原分式方程存在增根; (2) 原分式方程去掉分母后, 整式方程无解.

刷提升

1. B 【解析】 $\because a \otimes b = 2a + \frac{1}{b}$, \therefore 方程 $3 \otimes x = 4 \otimes 2$ 可以转化为

考点7 一元二次方程

刷基础

1. C 【解析】

选项	分析	判断
A	$x - \frac{1}{x} = 5$ 是分式方程	不符合题意
B	$x^2 + \frac{5}{x-1} = 4$ 是分式方程	不符合题意
C	$2x^2 - 8x = 1$ 只含有一个未知数,且未知数的最高次数是2,是一元二次方程	符合题意
D	$(x+1)(x-2) = x^2$ 化简后为 $x+2=0$, 是一元一次方程	不符合题意

2. 2 【解析】把 $x=1$ 代入方程 $x^2+mx-3=0$ 中,得 $1+m-3=0$, 解得 $m=2$,故答案为2.

3. D 【解析】 $x^2-6x+1=0, x^2-6x=-1, x^2-6x+9=-1+9, \therefore (x-3)^2=8$, 故选D.

4. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 【解析】 $x^2+x-1=0, \therefore a=1, b=1, c=-1, \therefore \Delta=b^2-4ac=1^2-4 \times 1 \times (-1)=5>0, \therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

5. 【解】 $x^2-2x=3, x^2-2x-3=0, (x-3)(x+1)=0, \therefore x_1=3, x_2=-1$.

☆ 关键点拨

解一元二次方程的常用方法

解一元二次方程常用的四种方法:直接开平方法、配方法、公式法和因式分解法.

6. A 【解析】 $\therefore \Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4 \times 1 \times 0=4>0, \therefore$ 此方程有两个不相等的实数根. 故选A.

7. D 【解析】

选项	分析	判断
A	$x^2-6x=0$ 的根为 $x=0$ 或 $x=6$, 有两个不相等的实数根	不符合题意
B	$x^2-9=0$ 的根为 $x=3$ 或 $x=-3$, 有两个不相等的实数根	不符合题意
C	由 $x^2-6x+6=0$, 知 $\Delta=36-24=12>0$, 所以方程有两个不相等的实数根	不符合题意
D	由 $x^2-6x+9=0$, 知 $\Delta=36-36=0$, 所以方程有两个相等的实数根	符合题意

$2 \times 3 + \frac{1}{x} = 2 \times 4 + \frac{1}{2}$, 即 $\frac{1}{x} = \frac{5}{2}, \therefore x = \frac{2}{5}$. 经检验, $x = \frac{2}{5}$ 是分式方程的解. 故选B.

2. D 【解析】已知甲车的速度为 x km/h, 则乙车的速度为 $1.2x$ km/h, 由题意得 $\frac{20}{x} - \frac{20}{1.2x} = \frac{5}{60}$, 即 $\frac{20}{x} - \frac{20}{1.2x} = \frac{1}{12}$, 故选D.

3. A 【解析】设印刷不清的分母为 y . 由题意得, $\frac{2}{y} + \frac{1}{-1+2} = 0$, 解得 $y = -2$. A 选项, 当 $x = -1$ 时, $x-1 = -2$, 符合题意; B 选项, 当 $x = -1$ 时, $x-4 = -5 \neq -2$, 不符合题意; C 选项, 当 $x = -1$ 时, $x+4 = 3 \neq -2$, 不符合题意; D 选项, 当 $x = -1$ 时, $x^2-1 = 0 \neq -2$, 不符合题意. 故选A.

4. 1 【解析】去分母, 得 $m = x-1-3(x-2)$, 即 $m = -2x+5$. 由分式方程有增根, 得 $x-2=0$, 即 $x=2$. 把 $x=2$ 代入 $m = -2x+5$, 可得 $m=1$, 故答案为1.

5. -1 【解析】 $\frac{x}{x-1} = 3 - \frac{mx}{1-x}$, 去分母得 $x = 3(x-1) + mx$, 去括号得 $x = 3x-3+mx$, 移项、合并同类项得 $(2+m)x = 3$, 解得 $x = \frac{3}{2+m}$. 由方程的解是正整数, 得到 $\frac{3}{2+m}$ 为正整数, 即 $2+m=1$ 或 $2+m=3$, 解得 $m=-1$ 或 $m=1$ (舍去, 会使得分式无意义). 故答案为-1.

刷素养

6. 【解】(1) 把 $d_{后} = 0.01\%$,

$$d_{前} = 0.2\% \text{ 代入 } d_{后} = \frac{0.5d_{前}}{0.5+w},$$

$$\text{得 } 0.01\% = \frac{0.5 \times 0.2\%}{0.5+w}, \text{ 解得 } w = 9.5.$$

经检验, $w=9.5$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

\therefore 如果只经过一次漂洗, 使校服上残留洗衣液浓度降为 0.01% , 需要 9.5 kg 清水.

$$(2) \text{ 第一次漂洗: 把 } w=2 \text{ kg}, d_{前}=0.2\% \text{ 代入 } d_{后} = \frac{0.5d_{前}}{0.5+w},$$

$$\text{得 } d_{后} = \frac{0.5 \times 0.2\%}{0.5+2} = 0.04\%,$$

$$\text{第二次漂洗: 把 } w=2 \text{ kg}, d_{前}=0.04\% \text{ 代入 } d_{后} = \frac{0.5d_{前}}{0.5+w},$$

$$\text{得 } d_{后} = \frac{0.5 \times 0.04\%}{0.5+2} = 0.008\%, \text{ 而 } 0.008\% < 0.01\%,$$

\therefore 进行两次漂洗, 能达到洗衣目标.

(3) 由(1)(2)的计算结果发现: 经过两次漂洗既能达到洗衣目标, 还能大幅度节约用水, \therefore 从洗衣用水策略方面来讲, 采用两次漂洗的方法值得推广学习. (言之有理即可)

8. $c>1$ 【解析】 \because 一元二次方程 $x^2-2x+c=0$ 无实数根, $\therefore \Delta = (-2)^2-4c<0$, $\therefore c>1$, 故答案为 $c>1$.

9. D 【解析】 $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2-4x+3=0$ 的两个实数根, $\therefore x_1+x_2=4, x_1x_2=3$, 故选 D.

10. (1) 【证明】 $x^2-(m+2)x+m-1=0$ 中, $a=1, b=-(m+2), c=m-1$, $\therefore \Delta=b^2-4ac=[-(m+2)]^2-4\times 1\times (m-1)=m^2+4m+4-4m+4=m^2+8$.

$\because m^2\geq 0, \therefore m^2+8>0$, 即 $\Delta>0$,

\therefore 无论 m 取何值, 方程都有两个不相等的实数根.

(2) 【解】方程 $x^2-(m+2)x+m-1=0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2=m+2, x_1x_2=m-1$.

$\because x_1^2+x_2^2-x_1x_2=9$, 即 $(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=9$,

$\therefore (m+2)^2-3(m-1)=9$,

整理得 $m^2+m-2=0, \therefore (m+2)(m-1)=0$,

解得 $m_1=-2, m_2=1, \therefore m$ 的值为 -2 或 1 .

刷易错

11. D 【解析】根据题意得 $\begin{cases} 16-4(m-2)\times 2\geq 0, \\ m-2\neq 0, \end{cases}$ 解得 $m\leq 4$ 且 $m\neq 2$. 故选 D.

易错警示

由一元二次方程有两个实数根可得到 $\Delta\geq 0$, 同时应注意方程的二次项系数不为 0.

刷提升

1. C 【解析】由数轴可得 $m<0, n>0, \therefore$ 在关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-n=0$ 中, $\Delta=m^2-4\times 1\times (-n)=m^2+4n>0, \therefore$ 方程有两个不相等的实数根. 故选 C.

2. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{4}$ 【解析】 $\because a\otimes b=\begin{cases} a^2-b(a\leq 0), \\ -a+b(a>0), \end{cases} x\otimes 1=-\frac{3}{4},$

\therefore ①当 $x\leq 0$ 时, $x^2-1=-\frac{3}{4}$, 解得 $x=-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$ (舍去);

②当 $x>0$ 时, $-x+1=-\frac{3}{4}$, 解得 $x=\frac{7}{4}$.

综上所述, x 的值是 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{4}$, 故答案为 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{4}$.

3. (1) 【证明】因为关于 x 的一元二次方程 $mx^2-3(m-1)x+2m-3=0$, 所以 $\Delta=[-3(m-1)]^2-4\times m\times (2m-3)=m^2-6m+9=(m-3)^2$. 因为 $(m-3)^2\geq 0$, 所以该方程有两个实数根.

(2) 【解】可以. 理由: 由 $mx^2-3(m-1)x+2m-3=0$ 可得, $(x-1)(mx-2m+3)=0$, 所以 $x-1=0$ 或 $mx-2m+3=0$,

所以 $x_1=1, x_2=\frac{2m-3}{m}$.

因为 $\frac{2m-3}{m}=2-\frac{3}{m}$, 所以当整数 $m=-1$ 或 -3 或 3 时, x_2 也是

正整数, 故该方程的两个实数根可以都为正整数.

4. (1) 降次

(2) 【解】他们的解法都是错误的. 正确的解答过程如下:

原方程可变为 $3(2-x)-(x-2)^2=0, \therefore 3(2-x)-(x-2)^2=0$,

$\therefore (2-x)(3-2+x)=0$, 即 $(2-x)(1+x)=0$,

$\therefore 2-x=0$ 或 $1+x=0$, 解得 $x_1=2, x_2=-1$.

刷素养

5. 【解】(1) 设 $y=x^2+x$, 则 $y^2-5y+4=0$,

整理, 得 $(y-1)(y-4)=0$, 解得 $y_1=1, y_2=4$.

当 $x^2+x=1$, 即 $x^2+x-1=0$ 时, 解得 $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$;

当 $x^2+x=4$, 即 $x^2+x-4=0$ 时, 解得 $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$.

\therefore 原方程的解为 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, x_3=\frac{-1+\sqrt{17}}{2},$

$x_4=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$.

(2) 设 $m=a^2+b^2$, 则 $m^2-3m-10=0$,

整理, 得 $(m-5)(m+2)=0$,

解得 $m_1=5, m_2=-2$ (舍去), 故 $a^2+b^2=5$.

考点 8 一元二次方程的实际应用

刷基础

1. A 【解析】根据题意得

$$\begin{array}{ccc} 6\,000(1+x)^2=6\,200. & & \\ \downarrow & \uparrow & \downarrow \\ \text{3月份盈利} & & \text{5月份盈利} \\ & \text{经过2个月} & \end{array}$$

故选 A.

2. 15 【解析】设每个口风琴降价 x 元, 则每个口风琴的定价为

$(20-x)$ 元. 由题意得 $(20-x-12)\left(8+\frac{x}{0.5}\times 4\right)=144$, 解得

$x_1=5, x_2=2$ (不符合题意, 舍去), $\therefore 20-x=15$, 即每个口风琴的定价应该是 15 元. 故答案为 15.

3. 【解】设矩形的宽为 $(12+x)$ cm, 则矩形的长为 $(12+2x)$ cm. 根据题意得 $(12+2x)(12+x)=182$, 整理得 $x^2+18x-19=0$, 解得 $x_1=1, x_2=-19$ (不符合题意, 舍去), $\therefore 12+2x=12+2\times 1=14$, $12+x=12+1=13$.

答: 矩形的长为 14 cm, 宽为 13 cm.

4. C 【解析】解方程 $x^2-10x+21=0$, 得 $x_1=3, x_2=7$. 当等腰三角形的边长是 3, 3, 7 时, 因为 $3+3<7$, 不符合三角形的三边关系, 所以舍去; 当等腰三角形的边长是 7, 7, 3 时, 符合三角形的三边关系, 故这个三角形的周长是 $7+7+3=17$. 故选 C.

5. 10 s 【解析】设点 P, Q 移动的时间为 t s, 则 $AP=2t$ cm, $CQ=$

$3t$ cm, $\therefore PC = AC - AP = (40 - 2t)$ cm. $\because \angle C = 90^\circ$, $\therefore S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}PC \cdot CQ = \frac{1}{2}(40 - 2t) \cdot 3t = 300$, 整理得 $t^2 - 20t + 100 = 0$, 解得 $t_1 = t_2 = 10$, \therefore 当 $\triangle PCQ$ 的面积等于 300 cm^2 时, 经过的时间是 10 s . 故答案为 10 s .

6. 【解】(1) 设最小数是 x , 则最大数是 $x+8$.

根据题意得 $x(x+8) = 180$, 整理得 $x^2 + 8x - 180 = 0$, 解得 $x_1 = 10, x_2 = -18$ (不符合题意, 舍去).

答: 最小数是 10 .

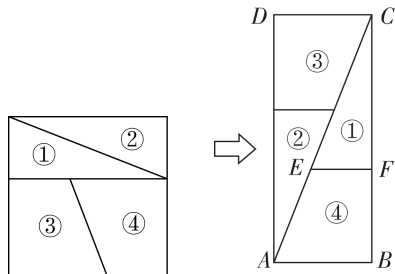
(2) 矩形方框中最大数与最小数的乘积与这 4 个数的和不能为 124 . 理由如下:

假设矩形方框中最大数与最小数的乘积与这 4 个数的和能为 124 , 设最小数是 y , 则另外三个数分别是 $y+1, y+7, y+8$.

根据题意得 $y(y+8) + y + y+1 + y+7 + y+8 = 124$, 整理得 $y^2 + 12y - 108 = 0$, 解得 $y_1 = 6, y_2 = -18$ (不符合题意, 舍去).

$\because 6$ 在月历的最后一列, \therefore 假设不成立, 即矩形方框中最大数与最小数的乘积与这 4 个数的和不能为 124 .

理得 $x^2 + 4x - 16 = 0$, 解得 $x_1 = 2\sqrt{5} - 2, x_2 = -2\sqrt{5} - 2$ (不符合题意, 舍去), $\therefore AB$ 的长为 $2\sqrt{5} - 2$. 故答案为 $2\sqrt{5} - 2$.

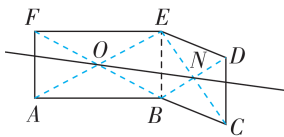


图(1)

图(2)

刷素养

5. 【解】(1) 如图所示, 连接 BF, AE 交于点 O , 连接 BD, EC 交于点 N , 作直线 ON , 直线 ON 即为所求作.



(2) 设黄芪的销售单价为 x 元/千克, 则每千克的销售利润为 $(x-40)$ 元, 月销售量为 $500 - 10(x-50) = (1000 - 10x)$ 千克.

根据题意列方程, 得 $(x-40)(1000-10x) = 8000$,

整理, 得 $x^2 - 140x + 4800 = 0$, 所以 $(x-60)(x-80) = 0$,

解得 $x_1 = 60$ (不符合题意, 舍去), $x_2 = 80$.

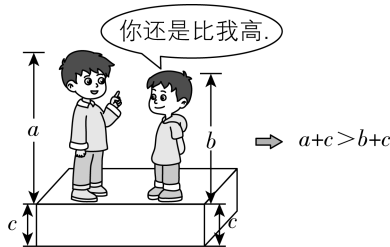
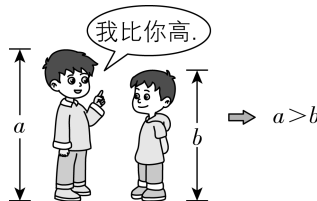
答: 李伯应将销售单价定为 80 元/千克.

考点9 不等式(组)

刷基础

1. D 【解析】A 选项, $\because a < b, \therefore a+3 < b+3$, 故本选项错误, 不符合题意; B 选项, $\because a < b, \therefore a-2 < b-2$, 故本选项错误, 不符合题意; C 选项, $\because a < b, \therefore -a > -b$, 故本选项错误, 不符合题意; D 选项, $\because a < b, \therefore 2a < 2b$, 故本选项正确, 符合题意. 故选 D.

2. A 【解析】



\therefore 图中两人的对话体现的数学原理是若 $a > b$, 则 $a+c > b+c$. 故选 A.

刷易错

7. 10 【解析】设共有 x 个队参加联赛. 根据题意得 $2 \times \frac{1}{2}x(x-1) = 90$, 整理得 $x^2 - x - 90 = 0$, 解得 $x = 10$ 或 $x = -9$ (舍去). 故答案为 10 .

易错警示

注意比赛是单循环还是双循环, 每两队之间都进行两场比赛, 比赛总场数为 $2 \times \frac{n(n-1)}{2}$ (n 为参加比赛的队数).

刷提升

1. C 【解析】设每轮每人传染 x 人. 根据题意列方程, 得 $3(x+1)^2 = 192$, 整理得 $x^2 + 2x - 63 = 0$, 解得 $x_1 = 7, x_2 = -9$ (不合题意, 舍去), \therefore 每轮每人传染的人数为 7 , 故选 C.

2. A 【解析】根据题意得 $(1-x)^2 = \frac{1}{2}$, $\therefore 1-x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $1-x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 解得 $x_1 \approx 0.3 = 30\%, x_2 \approx 1.7$ (不符合题意, 舍去), \therefore 每天“遗忘”的百分比约为 30% , \therefore 甲、丙的说法正确. 故选 A.

3. 21 L 【解析】设每次倒出的药液是 x L. 根据题意得 $\frac{63-x}{63} \times (63-x) = 28$, 解得 $x_1 = 21, x_2 = 105$ (不合题意, 舍去). 故答案为 21 L .

4. $2\sqrt{5} - 2$ 【解析】 \because 正方形的面积为 16 , \therefore 正方形的边长为 4 . 如图, 设 $AB = x$, 则结合图(1)可知图(2)中 $EF = 4-x, BF = 4-(4-x) = x, BC = CF + BF = 4+x$. 根据题意得 $x(4+x) = 16$, 整

3. $x < 1$ 【解析】 $-x+1 > 0, -x > -1$, 解得 $x < 1$, 故答案为 $x < 1$.

易错警示

解不等式

不等式两边同时乘或除以同一个负数时, 不等号要改变方向.

4. 【解】(1) 解不等式①, 得 $x \leq 1$, 故答案为 $x \leq 1$.

(2) 解不等式②, 得 $x \geq -3$, 故答案为 $x \geq -3$.

(3) 在数轴上表示如下:



(4) 由数轴可得原不等式组的解集为 $-3 \leq x \leq 1$, 故答案为 $-3 \leq x \leq 1$.

方法技巧

求不等式组解集的方法

求不等式组的解集有四种类型: 同大型、同小型、大小小大型、大大小小型. 口诀: 大大取较大, 小小取较小, 大小小小中间找, 大大小小解不了.

5. 【解】设购买这种型号的水基灭火器 x 个, 则购买这种型号的干粉灭火器 $(50-x)$ 个.

根据题意, 得 $540x + 380(50-x) \leq 21\,000$,

解得 $x \leq 12.5$.

$\because x$ 为整数, $\therefore x$ 的最大值为 12.

答: 最多可购买这种型号的水基灭火器 12 个.

刷易错

6. 【解】杭杭的解答过程有错误. 正确的解答过程:

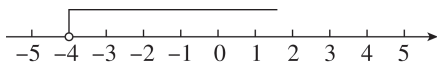
原不等式去分母, 得 $2(x-1) - (3x-2) < 4$,

去括号, 得 $2x - 2 - 3x + 2 < 4$,

移项、合并同类项, 得 $-x < 4$,

两边都除以 -1 , 得 $x > -4$.

把解集表示在数轴上如下:



易错警示

解不等式去分母时, 不等式两边同时乘分母的最小公倍数, 注意单个的数字也要乘.

刷提升

1. C 【解析】解不等式 $2(x+1) < 4$, 得 $x < 1$. \because 原不等式组无解, $\therefore m \geq 1$, 故选 C.

2. C 【解析】 $\because a+3b+c=0, \therefore -3b=a+c. \because 5a-3b+c < 0, \therefore 5a+a+c+c < 0$, 整理得 $3a+c < 0$, 故 B 不符合题意. $\because a+3b+c=0, \therefore c=-a-3b. \because 5a-3b+c < 0, \therefore 5a-3b-a-3b < 0$, 整理得 $2a <$

$3b$, 故 A 不符合题意. $\because a+3b+c=0, \therefore a=-3b-c. \because 5a-3b+c < 0, \therefore 5(-3b-c)-3b+c < 0$, 整理得 $9b+2c > 0$, 故 C 符合题意, D 不符合题意. 故选 C.

3. 0 (答案不唯一) 【解析】不等式整理得 $\frac{1}{2}x \leq 1-m$, 解得 $x \leq$

$2-2m. \because$ 不等式 $m-\frac{x}{2} \leq 1-x$ 有正数解, $\therefore 2-2m > 0$, 解得 $m <$

$1, \therefore m$ 的值可以是 0, 故答案为 0 (答案不唯一).

关键点拨

先求出不等式的解集, 再根据不等式有正数解可得关于 m 的一元一次不等式, 即可求出 m 的取值范围, 进而可得 m 的值.

4. $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ 【解析】解不等式 $4-2x \geq 0$, 得 $x \leq 2$, 解不等式

$\frac{1}{2}x-a > 0$, 得 $x > 2a. \because$ 不等式组恰有 3 个整数解, $\therefore -1 \leq 2a <$

0 , 即 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$. 故答案为 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$.

5. $54 \leq v \leq 72$ 【解析】 $1 \text{ km/h} = \frac{v}{3.6} \text{ m/s}$. 根据题意得

$$\begin{cases} 40 \leq v \leq 80, \\ 32 \times \frac{v}{3.6} \geq 480, \\ 44 \times \frac{v}{3.6} \leq 880, \\ (44+60) \times \frac{v}{3.6} \geq 880, \end{cases} \quad \text{解得 } 54 \leq v \leq 72, \therefore \text{车速 } v \text{ (单位:}$$

km/h) 的取值范围是 $54 \leq v \leq 72$. 故答案为 $54 \leq v \leq 72$.

6. 【解】解不等式①, 得 $x < 2$, 解不等式②, 得 $x \geq -1$,

\therefore 原不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$,

\therefore 不等式组的所有整数解为 $-1, 0, 1$.

刷素养

7. 【解】任务一: 设 A、B 两种型号客车每辆的租金分别是 x 元

$$\text{和 } y \text{ 元. 由题意得 } \begin{cases} x+y=1\,200, \\ 3x+2y=2\,800, \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} x=400, \\ y=800. \end{cases}$$

答: A、B 两种型号客车每辆的租金分别是 400 元和 800 元.

任务二: 设租用 A 种型号的客车 a 辆, 则租用 B 种型号的客车 $(10-a)$ 辆. 由题意得 $30a+50(10-a) \geq 460$, 解得 $a \leq 2$.

$\because a$ 为非负整数, $\therefore a=0$ 或 1 或 2.

当 $a=0$ 时, $10-a=10$, 租金为 $800 \times 10 = 8\,000$ (元);

当 $a=1$ 时, $10-a=9$, 租金为 $400 \times 1 + 800 \times 9 = 7\,600$ (元);

当 $a=2$ 时, $10-a=8$, 租金为 $400 \times 2 + 800 \times 8 = 7\,200$ (元).

$\because 8\,000 > 7\,600 > 7\,200, \therefore$ 租 A 种型号的客车 2 辆, B 种型号的客车 8 辆最省钱.

专题2 方程(组)或不等式(组)

的整数解或参数问题

刷难关

1. B 【解析】设租用A型车 x 辆,B型车 y 辆.由题意得 $x+4y=$

$$14. \because x, y \text{ 都是正整数}, \therefore \begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6, \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=10, \\ y=1, \end{cases} \therefore \text{ 共有 3}$$

种租车方案. 故选 B.

2. $0 \leq m < \frac{1}{3}$ 【解析】由题知, $x \div m = x+3m, \therefore x+3m < 2$, 解得 $x <$

$-3m+2. \therefore$ 此不等式有且只有一个正整数解, $\therefore 1 < -3m+2 \leq$

2 , 解得 $0 \leq m < \frac{1}{3}$. 故答案为 $0 \leq m < \frac{1}{3}$.

$$3. \text{【解】} \begin{cases} 2x-6 \leq 0, & \text{①} \\ x < \frac{4x-1}{2}, & \text{②} \end{cases} \text{ 解不等式①, 得 } x \leq 3,$$

解不等式②, 得 $x > \frac{1}{2}$,

\therefore 原不等式组的解集为 $\frac{1}{2} < x \leq 3$,

\therefore 不等式组的所有整数解为 $1, 2, 3$,

\therefore 所有整数解的和为 $1+2+3=6$.

4. 【解】(1) 根据题意得 $4^2-4(k-2) > 0$,

解得 $k < 6$, 所以 k 的取值范围为 $k < 6$.

(2) $\because \Delta = 4^2-4(k-2) = 24-4k > 0$,

而 k 为正整数, 且方程的两个根均为整数, $\therefore k=2$ 或 5 .

当 $k=2$ 时, $\Delta=16, \therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2 \times 1}, \therefore x = -4$ 或 $x = 0$, 符合题意;

当 $k=5$ 时, $\Delta=4, \therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \times 1}, \therefore x = -1$ 或 $x = -3$, 符合题意.

$\therefore k$ 的值为 2 或 5 .

5. C 【解析】解不等式 $x-a > 2$, 得 $x > a+2$; 解不等式 $b-2x > 0$, 得

$$x < \frac{b}{2}. \therefore \text{不等式组} \begin{cases} x-a > 2, \\ b-2x > 0 \end{cases} \text{ 的解集为 } -1 < x < 1, \therefore a+2 = -1,$$

$\frac{b}{2} = 1$, 解得 $a = -3, b = 2, \therefore a+b = -3+2 = -1$.

6. A 【解析】若 $a+1=0$, 则 $a=-1$, 此时 $1=0$ (不合题意, 舍

去). 若 $a+1 \neq 0$, 则 $a \neq -1$, 则原方程的解为 $x = \frac{-1}{a+1}$, 此时

$\frac{-1}{a+1} < 0$, 则 $a+1 > 0$, 解得 $a > -1$, 故选 A.

7. D 【解析】 $\frac{3-ax}{2-x} = \frac{a}{x-2} - 1, \frac{3-ax}{2-x} = \frac{a-x+2}{x-2}, \frac{3-ax}{2-x} \times (2-x) =$

$\frac{a-x+2}{x-2} \times (2-x), 3-ax = -a+x-2, ax+x = a+5, x(a+1) = a+5$. 因

为关于 x 的分式方程无解, 所以 $\frac{a+5}{a+1} = 2$ 或 $a+1=0$, 解得 $a=3$

或 $a=-1$. 故选 D.

8. 5 【解析】 \because 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x+2y=4, \\ 2x+y=m-1 \end{cases}$ 的解互为相反

数, $\therefore y = -x$. 把 $y = -x$ 代入 $3x+2y=4$ 得 $3x-2x=4$, 解得 $x=4$,

$\therefore y = -4$. 把 $\begin{cases} x=4, \\ y=-4 \end{cases}$ 代入 $2x+y=m-1$ 得 $2 \times 4 - 4 = m - 1, \therefore m = 5$.

故答案为 5.

C 检测验收练

刷速度

1. D 【解析】根据“共有 36 个头”可列方程为 $3x+y=36$; 根据“共有 108 只手”可列方程为 $6x+8y=108$. 故选 D.

2. A 【解析】 \because 关于 x 的一元二次方程 $(a+2)x^2+x+a^2-4=0$ 的一个根是 $x=0, \therefore a^2-4=0$ 且 $a+2 \neq 0$, 解得 $a=2$, 故选 A.

3. B 【解析】设购买单价为 8 元的笔记本 x 本, 单价为 10 元的笔记本 y 本. 依题意得 $8x+10y=200$, 整理得 $y=20-\frac{4}{5}x. \therefore x,$

y 均为正整数, $\therefore \begin{cases} x=5, \\ y=16 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=10, \\ y=12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=15, \\ y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=20, \\ y=4, \end{cases} \therefore$ 购

买方案有 4 种, 故选 B.

4. C 【解析】 $\because a-b+1=0, \therefore b=a+1. \therefore 0 < a+b+1 < 1, \therefore 0 < a+a+1+1 < 1$, 即 $0 < 2a+2 < 1, \therefore -1 < a < -\frac{1}{2}$, 故选项 A 错误, 不合题

意. $\because b=a+1, -1 < a < -\frac{1}{2}, \therefore 0 < b < \frac{1}{2}$, 故选项 B 错误, 不合题

意. 由 $-1 < a < -\frac{1}{2}$ 得 $-2 < 2a < -1, -4 < 4a < -2$; 由 $0 < b < \frac{1}{2}$ 得 $0 <$

$4b < 2, 0 < 2b < 1, \therefore -2 < 2a+4b < 1, -4 < 4a+2b < -1$, 故选项 C 正确, 符合题意, 选项 D 错误, 不合题意. 故选 C.

☆ 关键点拨

不等式的性质

由 $a-b+1=0$ 得出 $b=a+1$, 代入 $0 < a+b+1 < 1$ 可得 $-1 <$

$a < -\frac{1}{2}$, 再根据 $b=a+1$ 即可求出 $0 < b < \frac{1}{2}$, 然后判断各

选项即可.

5. D 【解析】由题意得 $\frac{1}{8} - \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8}$, 解得 $x=20$. 经检验, $x=20$ 是分式方程的解, $\therefore x$ 的值为 20. 故选 D.

6. $\frac{1}{3}$ 【解析】 $\because x-|y|=2, |x|-y=4, \therefore x=|y|+2 > 0, |x|=y+4 \geq 0, \therefore y \geq -4, |x|=x=|y|+2=y+4$. 当 $y \geq 0$ 时, 方程无解, 当 $-4 \leq y < 0$ 时, $-y+2=y+4, \therefore y=-1, \therefore x=|y|+2=3, \therefore x^y =$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$, 故答案为 $\frac{1}{3}$.

☆ 关键点拨

绝对值的非负性

$$|a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$$

7. $-\frac{5}{3}$ 【解析】因为 $(-x, 4)$ 是“共生数对”，所以 $-x+4 = -4x-1$, 解得 $x = -\frac{5}{3}$.

8. -3 【解析】 $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - (3-2m)x + m^2 = 0$ 的两个根, $\therefore x_1 + x_2 = 3-2m, x_1x_2 = m^2$. $\because x_1 + x_2 - x_1x_2 = 0, \therefore 3-2m-m^2 = 0$, 解得 $m_1 = 1, m_2 = -3$. 当 $m = 1$ 时, 原方程为 $x^2 - x + 1 = 0$, 此时原方程无解; 当 $m = -3$ 时, 原方程为 $x^2 - 9x + 9 = 0$, 此时原方程有解, $\therefore m$ 的值为 -3. 故答案为 -3.

9. 5 【解析】原分式方程去分母得 $2+3x=k$. \because 分式方程有增根, $\therefore x-1=0$, 即 $x=1$. 把 $x=1$ 代入 $2+3x=k$ 得 $k=5$, 故答案为 5.

10. 【解】(1) $\begin{cases} 3x-y=2, & \text{①} \\ x+y=-4, & \text{②} \end{cases}$ ①+②, 得 $4x=-2$, 解得 $x=-\frac{1}{2}$.
把 $x=-\frac{1}{2}$ 代入②, 得 $-\frac{1}{2}+y=-4$, 解得 $y=-\frac{7}{2}$.

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = -\frac{7}{2}. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3(x+1) > x-1, & \text{①} \\ \frac{x-9}{2} < 2x, & \text{②} \end{cases}$ 解不等式①, 得 $x > -2$;

解不等式②, 得 $x > -3$, \therefore 原不等式组的解集为 $x > -2$.

11. 【解】(1) 设书架上有数学书 x 本, 则有语文书 $(90-x)$ 本. 根据题意得, $0.8x + 1.2(90-x) = 84$, 解得 $x = 60$, 所以 $90-x = 30$.

答: 书架上有数学书 60 本, 语文书 30 本.

(2) 设数学书还可以摆 m 本, 则 $10 \times 1.2 + 0.8m \leq 84$, 解得 $m \leq 90$.

答: 数学书最多还可以摆 90 本.

12. 【解】(1) 设第一批购进 A 款头盔 x 个, 则购进 B 款头盔 $(500-x)$ 个. 根据题意, 得 $10x + 16(500-x) \leq 6\,320$, 整理, 得 $6x \geq 1\,680$, 解得 $x \geq 280$.

答: A 款头盔至少购进 280 个.

(2) 根据题意, 可得 $(280+8m)(20+2m-10) + [300 \times (1-5\%) \times 20 - 300 \times 16] = 5\,044$, 整理得 $m^2 + 40m - 84 = 0$, 解得 $m = 2$ 或 $m = -42$ (不符合题意, 舍去), 所以 m 的值为 2.

第三章 函数

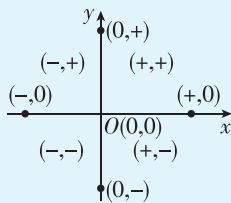
A 2025 真题诊断练

刷诊断

1. B 【解析】 $\because -2 < 0, a^2 + 1 > 0$, \therefore 点 P 所在的象限是第二象限. 故选 B.

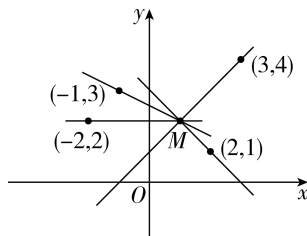
☆ 刷有所得

平面直角坐标系中各象限内及坐标轴上点的坐标特征



2. D 【解析】如图. 若过 $M(1, 2)$ 的直线经过点 $(-2, 2)$, 则该直线与 x 轴平行, 不符合题意; 若过 $M(1, 2)$ 的直线经过点 $(2, 1)$, 则 y 随着 x 的增大而减小, 不符合题意; 若过 $M(1, 2)$ 的直线经过点 $(-1, 3)$, 则 y 随着 x 的增大而减小, 不符合题意; 若过 $M(1, 2)$ 的直线经过点 $(3, 4)$, 则 y 随着 x 的增大而

增大, 符合题意. 故选 D.



3. B 【解析】 $\because y = \frac{4}{x}, k = 4 > 0$, \therefore 在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小, 当 $y = 2$ 时, $x = \frac{4}{2} = 2$; 当 $y = 4$ 时, $x = \frac{4}{4} = 1$, \therefore 当 $2 < y < 4$ 时, $1 < x < 2$, 故选 B.

4. C 【解析】

选项	分析	判断
A	由题图知 $v = 0$ km/h 时, $\mu = 0.9$, \therefore 该选项说法正确	不符合题意